

Le problème se compose de trois parties totalement indépendantes.

A) PREMIÈRE PARTIE

SCHÉMA DE PRINCIPE D'UN OSCILLATEUR À FRÉQUENCE MODULÉE.

I) Étude d'un oscillateur.

1-1) On considère le quadripôle représenté sur la figure 1 ci-dessous.

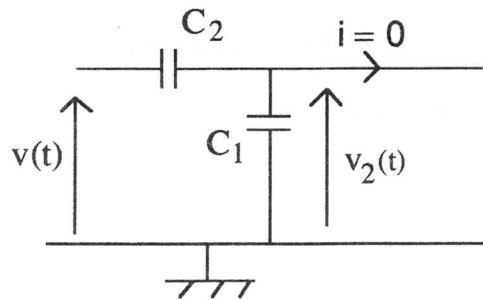


fig. 1

Dans ce montage, C_1 et C_2 sont les capacités des deux condensateurs; $v(t)$ et $v_2(t)$ sont les valeurs instantanées des tensions d'entrée et de sortie du quadripôle.

On suppose que le régime de fonctionnement du quadripôle est sinusoïdal de pulsation ω .

Pour la suite du problème, on utilisera la notation complexe dont on rappelle que :

- l'amplitude complexe de la grandeur instantanée sinusoïdale $v(t)$ est notée $\underline{V}$,
- le nombre complexe dont le carré est égal à -1 est noté j ce qui implique $j^2 = -1$.

1-1-1) Donner le nom de ce montage classique et préciser son utilité.

Exprimer le rapport $\frac{V_2}{V}$ en fonction de C_1 et C_2 .

Quelle relation existe-t-il entre les phases de $v_2(t)$ et de $v(t)$?

1-1-2) On considère maintenant le quadripôle représenté sur la figure 2 ci-dessous.

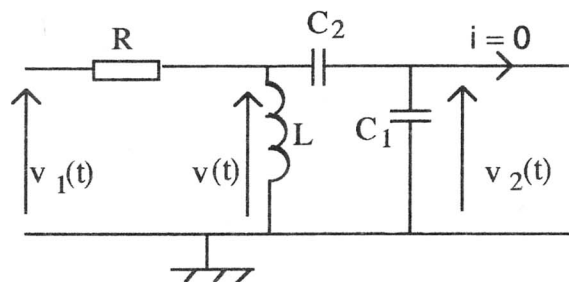


fig. 2

On reconnaît, en partie dans cette représentation, le quadripôle de la figure 1.

Dans ce montage, R est la valeur de la résistance, L celle de l'inductance de la bobine; $v_1(t)$ est la tension d'entrée du nouveau quadripôle.

On convient de noter $\underline{Z}$ l'impédance complexe de l'ensemble formé par la bobine d'inductance (L) et les deux condensateurs (C_1 et C_2).

Établir l'expression de $\underline{Z}$ en fonction de L , C_1 , C_2 et ω .

1-1-3) Exprimer le rapport $\frac{V}{V_1}$ en fonction de R et $\underline{Z}$, puis en fonction de R , L , C_1 , C_2 et ω .

1-1-4) En déduire l'expression de la fonction de transfert $\underline{T}(j\omega) = \frac{V}{V_1}$ que l'on mettra sous la forme:

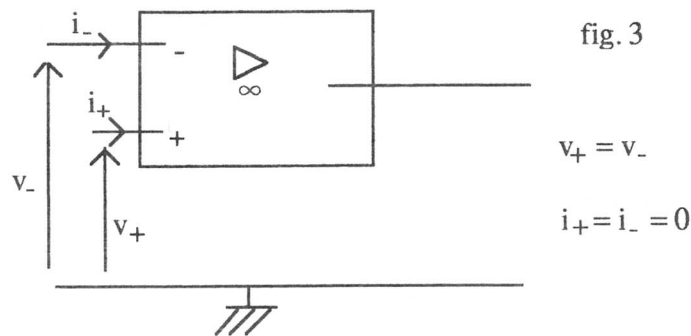
$$\underline{T}(j\omega) = \frac{1}{a + \frac{1}{bj\omega} + dj\omega}$$

Expliciter les coefficients a , b et d de la fonction de transfert $\underline{T}$ en fonction de R , L , C_1 et C_2 .

Quelles sont les dimensions des coefficients a , b et d ?

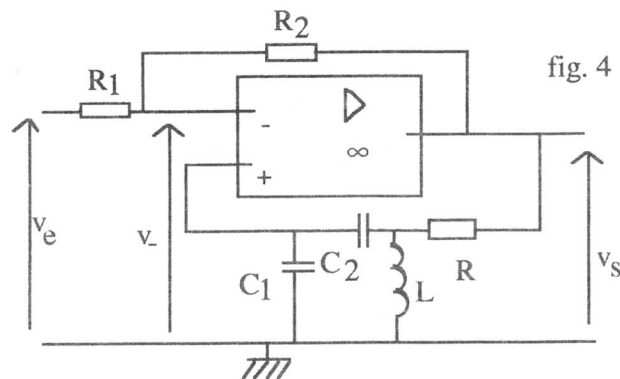
1-2)

On envisage maintenant l'utilisation d'un amplificateur opérationnel, supposé idéal, en régime de fonctionnement linéaire. Dans ces conditions, on a: $v_+ = v_-$ et $i_+ = i_- = 0$ (figure 3)



L'amplificateur opérationnel est inséré dans le montage représenté sur la figure 4 ci-dessous.

R_1 et R_2 sont deux résistances. On remarquera la présence du quadripôle de la figure 2 dans ce montage.



1-2-1) On envisage, pour ce montage, un régime de fonctionnement sinusoïdal permanent.

Exprimer l'amplitude complexe, $\underline{V}$, de deux manières différentes, tout d'abord

- en fonction de $\underline{V}_e$, $\underline{V}_s$, R_1 et R_2 , puis
- en fonction de $\underline{T}$ et $\underline{V}_s$.

En déduire une relation entre $\underline{V}_e$ et $\underline{V}_s$ faisant intervenir $\underline{T}$, R_1 et R_2 .

1-2-2) On relie maintenant R_1 directement à la masse, ce qui revient à annuler la tension d'entrée, ($v_e = 0$).

Montrer que, sous certaines conditions, on peut malgré tout avoir $v_s(t)$ différent de zéro.

Dans cette situation, $v_s(t)$ peut être une fonction sinusoïdale du temps. Exprimer la condition d'oscillation par une relation simple entre R_1 , R_2 , C_1 et C_2 .

On pose $C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$. Exprimer la pulsation des oscillations en fonction de L et C' .

II) Étude d'un oscillateur à fréquence modulée.

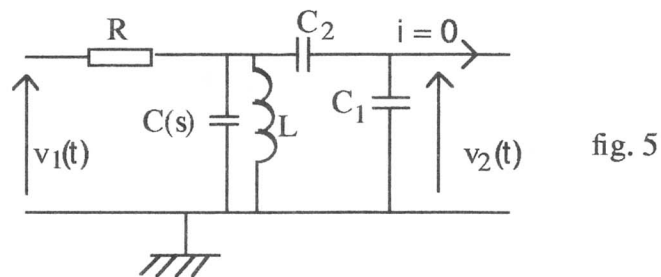
2-1)

Pour réaliser un oscillateur à fréquence modulée, on branche une diode à capacité variable (ou "varicap") en parallèle avec la bobine d'inductance L .

Une varicap peut être assimilée à un condensateur dont la capacité $C(s)$ est fonction d'une grandeur s , susceptible de varier avec le temps.

La capacité $C(s)$ varie avec s selon la loi: $C(s) = A s^n$
 A et n sont des constantes positives.

Le quadripôle représenté sur la figure 2 est alors modifié. Son nouveau schéma est reporté sur la figure 5:

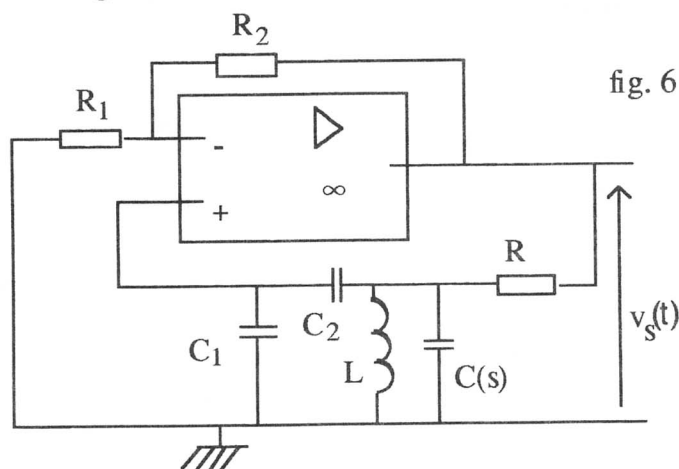


La fonction de transfert $\underline{T}'(j\omega)$ de ce nouveau quadripôle peut s'écrire:

$$\underline{T}'(j\omega) = \frac{1}{a' + \frac{1}{b'j\omega} + d'j\omega}$$

Expliciter les coefficients a' , b' et d' en fonction de $C(s)$, R , L , C_1 et C_2 , en remarquant qu'il suffit de remplacer l'impédance complexe de la bobine par celle de l'ensemble bobine et "varicap" en parallèle.

2-2) On reprend le montage de la figure 4, dans lequel $v_e = 0$, en y introduisant la "varicap".
On obtient le montage de la figure 6.



On fixe s à la valeur constante S_0 , pour laquelle $C(S_0) = C_0$.

Exprimer la pulsation ω_0 de l'oscillateur, en fonction de C_0 , L , C_1 et C_2 .

2-3) On impose maintenant $s(t) = S_0 + \varepsilon \cos(\alpha t)$, où ε et α sont des constantes positives.

2-3-1) Sachant que $\varepsilon \ll S_0$, établir l'expression approchée au premier ordre de $C(t)$.

2-3-2) En déduire l'expression de la pulsation instantanée $\omega(t)$ de l'oscillateur.

On convient de poser: $\omega(t) = \omega_0 \left(1 - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cos \Omega t\right)$.

Établir les expressions de Ω et du taux de modulation $\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$.

On parle, en langage courant, de "porteuse" et de "signal modulant".

Quelles sont les pulsations de ces deux signaux?

Quels sont leurs rôles respectifs?

2-3-3)

a) Donner les ordres de grandeur des fréquences des porteuses pour les ondes radio, de télévision et de télécommunication par satellite.

b) Une grandeur introduite dans l'étude précédente intervient dans le réglage d'un récepteur lorsque l'on choisit de capter une émission parmi d'autres. Préciser cette grandeur et donner son ordre de grandeur usuel dans les communications radio.

c) Le dispositif étudié précédemment convient-il pour ce type de télécommunications; pourquoi?

d) Citer une autre méthode de modulation. La comparer succinctement à la modulation de fréquence et discuter ses avantages et inconvénients.

B) DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE DE CONVERTISSEURS D'ÉNERGIE.

I) Étude thermodynamique théorique d'un moteur à combustion interne.

Préliminaires.

1-1) On considère un système fermé. Qu'est-ce qu'un système fermé?

Énoncer le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé subissant une transformation "finie", c'est à dire non élémentaire, l'amenant d'un état 1 à un état 2.

Que traduit le premier principe de la thermodynamique ?

1-2)

On considère un système fermé constitué par n moles d'un gaz considéré comme parfait, pour lequel la capacité thermique molaire à volume constant C_{Vm} est constante.

Rappeler l'expression de l'équation d'état du système.

Donner l'expression de la différentielle de l'énergie interne du système en fonction de la température.

1-3) Le système précédent subit une transformation isentropique.

Qu'est ce qu'une transformation isentropique ?

La quantité $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ étant supposée constante, montrer que la grandeur $T V^{\gamma-1}$ reste invariante

au cours de cette transformation. On rappelle que pour un gaz parfait, $C_{Vm} = \frac{R}{\gamma - 1}$.

Étude du moteur.

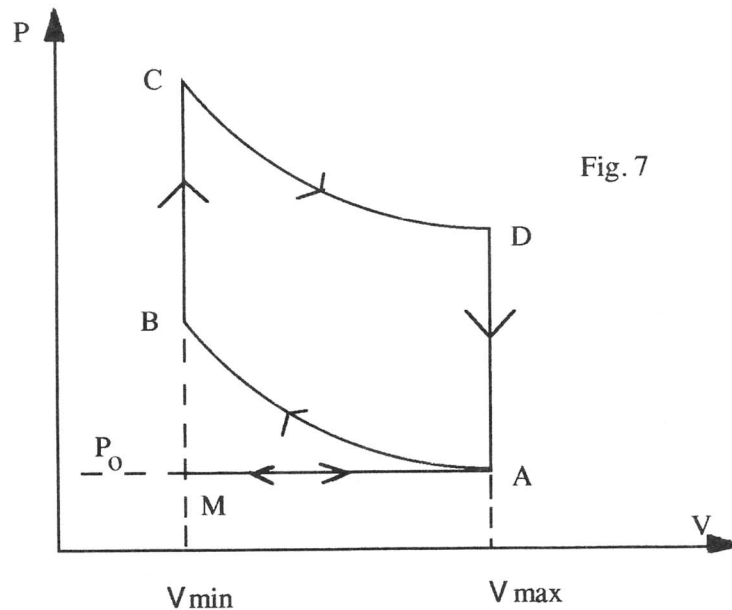
On considère un moteur à combustion interne à allumage par bougies. On se limite à l'étude de l'un des cylindres du moteur.

Le cycle thermodynamique décrit par le fluide est le cycle de Beau de Rochas. On en donne, sur la figure 7, la représentation dans un diagramme où l'on porte en ordonnée la pression P du fluide et en abscisse le volume V du gaz contenu dans la chambre du cylindre.

Les différentes étapes du cycle sont les suivantes:

- M-A: admission du mélange gazeux air - essence à la pression constante P_0 .
En A, il y a fermeture de la soupape d'admission et le volume V est alors égal à $V_{\max}$.
- A-B: compression, supposée isentropique, du mélange. Dans l'état B, le volume est égal à $V_{\min}$.
- B-C: échauffement isochore du gaz.
- C-D: détente isentropique du gaz. Dans l'état D, le volume est $V_{\max}$.
- D-A: refroidissement isochore du gaz.
- A-M: refoulement des gaz vers l'extérieur, à la pression P_0 .

Tournez la page S.V.P.



On convient de nommer "taux de compression", le rapport $\tau = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$.

Le système envisagé est le gaz qui décrit le cycle ABCD. La quantité de gaz n (en mol) considérée est celle qui a été admise dans l'état A.

Le transfert thermique de l'étape B-C est dû à la combustion "interne" du mélange gazeux admis.

Les réactifs et les produits de la réaction de combustion sont gazeux.

Dans une approche simplifiée, on admettra que la quantité de gaz n'est pas modifiée par la combustion interne.

Le gaz est assimilé à un gaz parfait, pour lequel les capacités thermiques molaires C_{Pm} et C_{Vm} sont constantes.

1-4) Soit Q_1 le transfert thermique (ou chaleur échangée) mis en jeu dans l'étape B-C.

Exprimer Q_1 en fonction de n , C_{Vm} , T_B et T_C . Préciser le signe de cette grandeur. Dans quel sens s'effectue le transfert thermique?

1-5) Soit, de la même manière, Q_2 , le transfert thermique mis en jeu dans l'étape D-A.

Exprimer Q_2 en fonction de n , C_{Vm} , T_A et T_D .

1-6) On note W le travail total échangé au cours du cycle ABCD.

Exprimer W en fonction de Q_1 et Q_2 .

1-7) Définir le rendement thermodynamique η du moteur.

Exprimer η en fonction de Q_1 et Q_2 .

1-8) Exprimer η en fonction de T_A , T_B , T_C et T_D , puis en fonction de τ et γ .

Calculer η pour les valeurs suivantes: $\tau = 10$ et $\gamma = 1,33$.

On envisage maintenant un moteur dont la cylindrée est égale à 2,0 litres:

- on raisonnera sur un seul cylindre, possédant la cylindrée C_y du moteur définie selon:

$$C_y = V_{\max} - V_{\min}.$$

- le taux de compression τ est égal à 10.

- le mélange air-essence est admis à une température $T_A = 320 \text{ K}$ et sous la pression $P_A = 100 \text{ kPa}$.

- la valeur de γ est égale à 1,33.

- le mélange gazeux admis contient 1 mole de carburant pour 60 moles de mélange.

1-9)

Calculer les valeurs de $V_{\max}$ et $V_{\min}$

1-10)

Calculer la quantité de gaz n' (en mol) de carburant consommé par cycle.

On prendra $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

1-11)

En admettant que le pouvoir calorifique du carburant utilisé est égal à 4200 kJ par mole de carburant, calculer les valeurs de la température et de la pression dans l'état C du cycle.

1-12)

Calculer la valeur du transfert thermique vers l'extérieur au cours d'un cycle du moteur.

Calculer la valeur de la puissance du moteur lorsque la vitesse de rotation du vilebrequin est égale à 4000 tours par minute.

1-13) Dans la pratique, le rendement est beaucoup plus faible.

Donner au moins deux raisons rendant compte de cette différence.

1-14)

Pourrait-on envisager un moteur ditherme transformant l'intégralité de la chaleur qu'il reçoit de la part de la source chaude, en travail mécanique? Justifier succinctement la réponse.

II) Étude d'un dispositif d'ascenseur.

On étudie dans cette partie un moteur électrique à courant continu M servant à la manœuvre d'un ascenseur. Ce moteur est constitué d'un rotor (ou induit) de résistance R et d'un dispositif inducteur susceptible de créer un flux inducteur Φ réglable.

On admettra que le moteur possède les caractéristiques suivantes:

- la force contre-électromotrice e' du moteur est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation

ω du moteur et au flux inducteur Φ : $e' = k \omega \Phi$.

- la résistance interne du moteur est R .

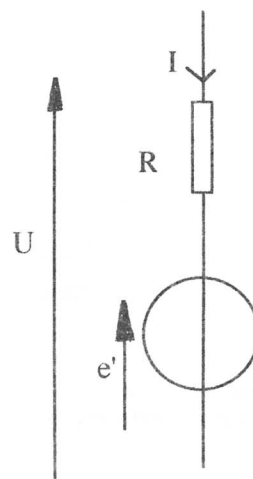
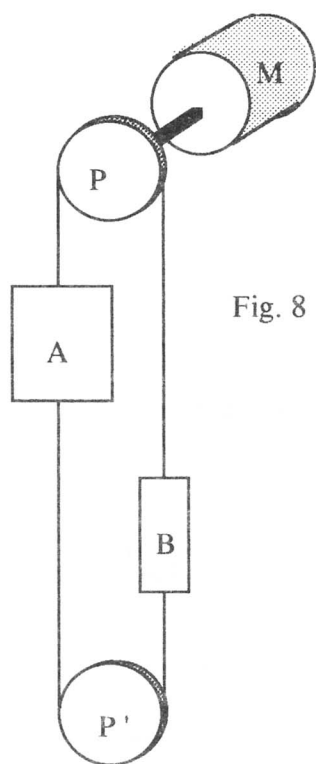
- le couple électromagnétique Γ du moteur est proportionnel à Φ et à l'intensité I du courant qui traverse la machine, avec le même coefficient de proportionnalité: $\Gamma = k I \Phi$.

On fixe sur l'arbre du moteur M une poulie P de diamètre D qui entraîne un câble sans fin. Il n'y a pas de glissement du câble par rapport à la poulie.

Sur les deux brins du câble sont intercalés une cage d'ascenseur A et un contrepoids B , (figure 8). Le contrepoids et la cage d'ascenseur vide ont une même masse égale à m .

On ne tient pas compte de la masse du câble dont la tension est assurée par la présence d'une poulie P' de diamètre D .

Tournez la page S.V.P.



La cage d'ascenseur contient une charge de masse m' .

On étudie un mouvement **uniforme** de montée de la cage A à la vitesse v . On ne tient pas compte des frottements mécaniques sur l'arbre.

2-1) Décomposer le système mécanique en "sous-systèmes" judicieusement choisis.

On les décrira avec soin.

Donner l'expression du couple Γ du moteur en fonction de m' , de D et de l'accélération de la pesanteur g .

2-2)

On alimente le moteur sous la tension U . La figure 9 représente le modèle électrique équivalent du moteur.

Exprimer l'intensité I en fonction de U , R , e' et en déduire une équation du second degré en I .

2-3)

Retrouver l'équation du second degré en I par des considérations énergétiques globales sur le dispositif.

2-4) En déduire l'expression de l'intensité I . Commenter le résultat obtenu.

C) TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE D'UNE LUNETTE ASTRONOMIQUE.

La lunette astronomique est un système centré qui se compose:

- d'un objectif de distance focale f'_1 , assimilé à une lentille mince de centre optique O_1 , de diamètre D .
- d'un oculaire, système convergent que nous assimilerons également à une lentille mince de centre optique O_2 , de distance focale f'_2 et de diamètre d .

On prendra $f'_1 = 1,0 \text{ m}$; $D = 10 \text{ cm}$; $f'_2 = 50 \text{ mm}$; $d = 16 \text{ mm}$.

L'objectif donne d'un objet éloigné une image réelle, l'image objective, qui est observée au moyen de l'oculaire.

I) Grossissement et cercle oculaire.

1-1) L'objet observé est situé à l'infini.

Son diamètre apparent est égal à θ , angle sous lequel il est vu en l'absence de lunette.

Pour que l'œil de l'observateur n'accommode pas, l'image donnée par la lunette doit être située à l'infini.

Indiquer la position et la taille de l'image objective ainsi que les positions relatives du foyer image F'_1 de l'objectif et du foyer objet F_2 de l'oculaire.

Comment désigne-t-on un tel système optique ?

Calculer le diamètre apparent de l'image finale donnée par la lunette.

1-2) Définir le grossissement de la lunette et calculer sa valeur.

1-3) On considère un point objet à l'infini sur l'axe optique de la lunette.

Calculer les valeurs des angles respectifs sous lesquels sont vus la monture de l'objectif et celle de l'oculaire depuis l'image objective du point considéré précédemment.

En déduire que le "diaphragme d'ouverture", ouverture qui limite le faisceau de rayons utilisés pour la formation de l'image, est constitué par la monture de l'objectif.

On considère maintenant deux objets ponctuels situés à l'infini, l'un sur l'axe optique, l'autre en dehors de l'axe optique.

1-4)

Dessiner soigneusement les rayons limites des faisceaux sortant de la lunette et issus de chacun des points précédents.

1-5) En déduire:

- que le diaphragme de champ de la lunette est constitué par la monture de l'oculaire.
- que tous les rayons lumineux sortant de la lunette traversent un disque, le cercle oculaire, dont le centre qui se trouve sur l'axe optique, est noté C' .

Donner la relation qui existe entre le cercle oculaire et le diaphragme d'ouverture.

1-6) Déterminer la position de C' par rapport à O_2 et calculer le diamètre du cercle oculaire.

Où doit-on placer la pupille de l'œil quand on utilise la lunette; pourquoi?

Tournez la page S.V.P.

II) Étude du pouvoir séparateur d'une lunette astronomique.

2-1) Diffraction de la lumière par une fente fine.

On pratique dans un écran opaque une ouverture ayant la forme d'une fente de largeur $2a$ et de hauteur b . On choisit $b \gg a$.

L'espace est rapporté à un trièdre $Oxyz$. L'écran se trouve dans le plan xOy . Les côtés de la fente sont parallèles respectivement aux axes $x'Ox$ et $y'Oy$.

Les intersections de la fente avec l'axe $x'Ox$ sont notées B et A.

Les coordonnées de A sont $(a, 0, 0)$ et celles de B sont $(-a, 0, 0)$, (figure 10).

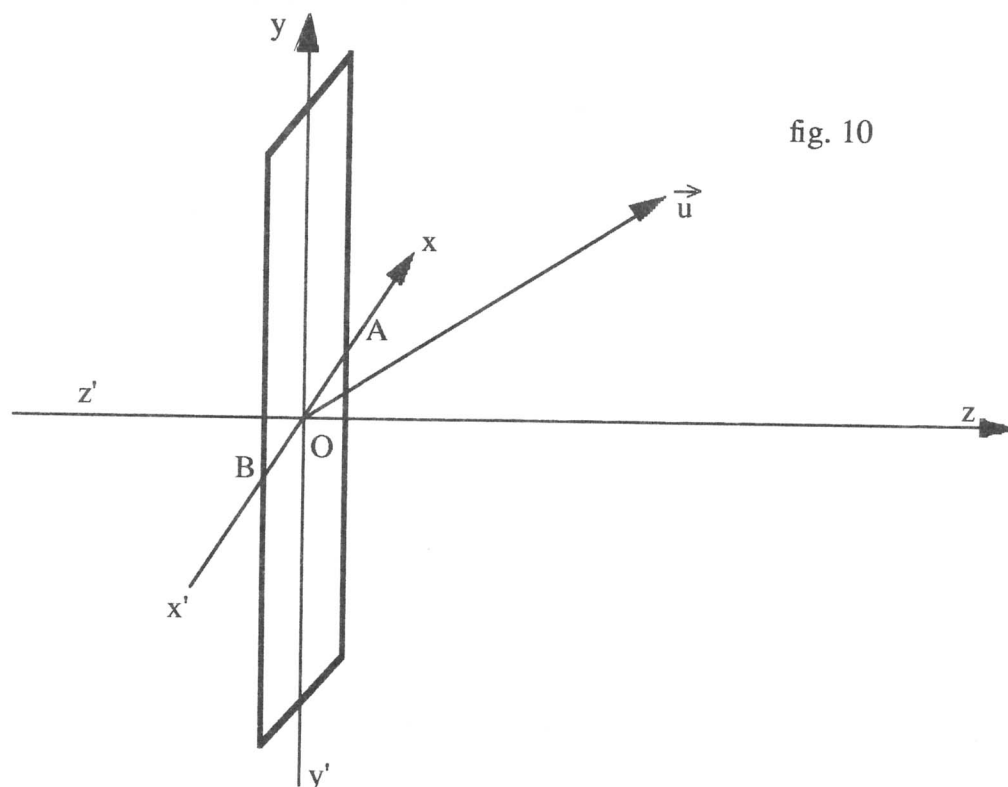


fig. 10

Une source lumineuse ponctuelle monochromatique, de longueur d'onde λ , située à l'infini sur l'axe $z'Oz$ (du côté des z négatifs) émet une onde pour laquelle on adoptera une représentation scalaire: la "grandeur lumineuse" s . L'indice du milieu de propagation est égal à 1.

2-1-1) Énoncer le principe de Huygens - Fresnel dans le cas de la diffraction à l'infini.

2-1-2) On suppose $b \gg \lambda$. Montrer que l'intensité lumineuse diffractée à l'infini par la fente, dans la direction de vecteur unitaire $\vec{u}$ peut s'écrire:

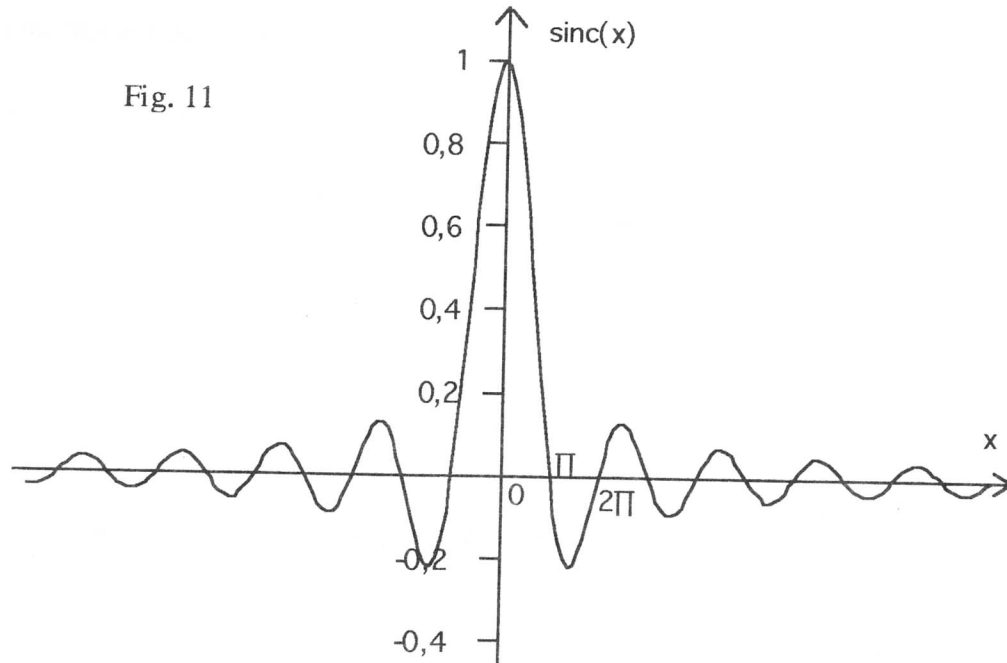
$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi 2a \alpha}{\lambda}}{\frac{\pi 2a \alpha}{\lambda}} \right)^2$$

où α est la composante sur Ox du vecteur $\vec{u}$.

2-1-3) On donne, sur la figure 11, le graphe de la fonction $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

Tracer l'allure du graphe de $\frac{I}{I_0}$ en fonction de α .

Fig. 11



On observe la figure de diffraction à l'infini, obtenue à l'aide de la fente précédente, dans le plan focal image d'une lentille convergente L. La distance focale de L est f' et son centre optique O' . Son axe optique coïncide avec Oz.

On considère, dans le plan focal de la lentille, un axe $X'F'X$ parallèle à $x'Ox$, (figure 12).

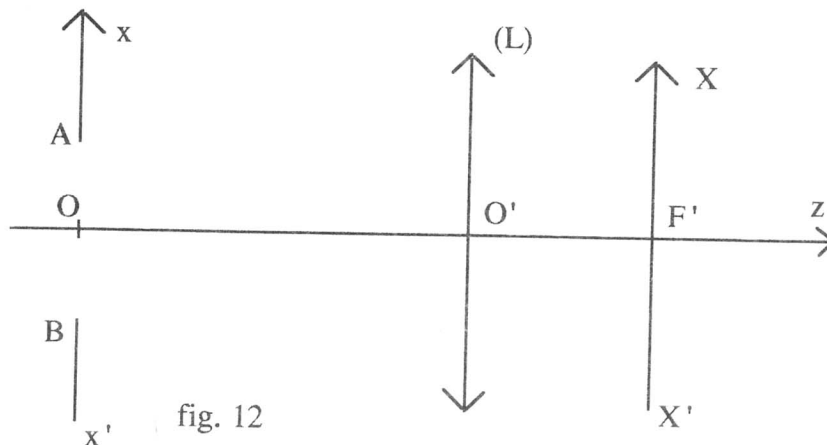


fig. 12

2-1-4) Sachant que la lentille est utilisée dans les conditions de Gauss, montrer qu'à une direction caractérisée par un vecteur unitaire $\vec{u}$, de composante α sur l'axe $x'Ox$, il correspond, sur l'axe $X'F'X$, un point M' d'abscisse X. Exprimer X en fonction de f' et α .

2-1-5) Décrire ce qui est observé dans le plan focal de la lentille. Donner en particulier la largeur du maximum principal d'intensité.

2-2) Pouvoir de résolution de la lunette.

Dans le cas de la diffraction par une ouverture circulaire de rayon R , l'expression de la largeur du maximum principal se déduit de l'expression obtenue précédemment en remplaçant la grandeur a par $\frac{R}{1,22}$. La figure de diffraction possède la même symétrie que celle de l'ouverture circulaire.

2-2-1) On considère un objet ponctuel situé à l'infini, sur l'axe optique de la lunette, émettant une radiation monochromatique de longueur d'onde λ .

Compte tenu des phénomènes de diffraction dus à la monture de l'objectif, comment apparaît, en fait, l'image objective de cet objet?

On pourra pour cela considérer la monture de l'objectif comme une ouverture circulaire découpée dans un écran opaque et située légèrement en avant de la lentille L_1 .

2-2-2) On considère deux objets ponctuels indépendants situés à l'infini, émettant deux ondes monochromatiques de même longueur d'onde λ . Soit θ l'angle sous lequel sont vus ces deux objets en l'absence de lunette.

En adoptant le critère de Rayleigh, déterminer la plus petite valeur de θ pour laquelle on pourra distinguer, avec la lunette, les images de ces objets.

Commenter ce résultat en prenant en compte le pouvoir séparateur de l'œil.

2-3) Commentaires.

2-3-1) Proposer une modification du système optique précédent qui permette de réaliser un cliché photographique de l'image de l'objet lointain.

2-3-2) L'observation d'objets lointains peut-elle se faire avec d'autres systèmes optiques? Donner un exemple et le décrire succinctement.

2-3-3) Dernièrement, un télescope a été placé sur un satellite. Quel est l'intérêt d'un tel choix?
